

# 压剪应力状态下岩石复合型断裂判据的研究

郑安兴, 罗先启

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

**摘 要:** 考虑岩石闭合裂纹壁面间存在的摩擦力对裂纹尖端应力场的影响, 应用最大周向应力理论得到压剪复合裂纹的断裂角。在此基础上, 依据岩石裂纹尖端双向受力时的破坏特征, 结合最大周向应力准则与修正的格里菲斯(Griffith)强度理论, 建立了考虑摩擦效应的闭合裂纹失稳扩展的岩石压剪断裂判据。研究表明: 断裂角受裂纹和荷载方向的夹角、裂纹壁面之间的摩擦系数、侧压力系数的影响; 当压剪裂纹的断裂角是某个定值时, 纯 II 型裂纹的断裂韧度与纯 I 型裂纹的断裂韧度的比值只与岩石裂纹表面的摩擦系数取值有关, 而与其他岩石力学参数无关。此研究成果可为压剪应力作用下裂隙岩体的失稳破坏提供参考。

**关 键 词:** 修正格里菲斯准则; 压剪裂纹; 断裂判据; 断裂角; 岩石力学

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)07-1892-07

## Research on combined fracture criterion of rock under compression-shear stress

ZHENG An-xing, LUO Xian-qi

(School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** By considering the effect of friction between the crack surfaces on the crack-tip stress field, the fracture angle value of the compression-shear combined crack is deduced by using the maximum circumferential stress criterion. According to the failure characteristics of the crack tip of rock subjected to biaxial stresses, a compression-shear combined fracture criterion is proposed by combining the maximum circumferential stress criterion with the modified Griffith strength theory. The frictional effect of the closed crack propagation is also considered in the criterion. The calculation results show that the fracture angle is influenced by the angle between the crack and the loading orientation, the friction coefficient of the crack surfaces and the lateral pressure coefficient. When the fracture angle of the compression-shear combined crack is one specific value, the ratio of the fracture toughness of the pure mode-II crack to that of pure mode-I crack is only influenced by the friction coefficient of the crack surfaces. This study is essential for the research on the failure models of fractured rock mass under the combined compression-shear stress.

**Keywords:** modified Griffith criterion; compression-shear crack; fracture criterion; fracture angle; rock mechanics

## 1 引 言

传统的断裂力学的研究对象主要是 3 种基本裂纹类型: 张开型(I 型)、滑开型(II 型)和撕开型(III 型)。但由于结构或荷载的不对称及材料的各向异性等原因, 实际结构中的受力是非常复杂的, 使得裂纹尖端的应力场多数为复合型, 其中以 I-II 型复合裂纹最为常见, 因此, I-II 复合型裂纹的失稳扩展准则成为人们普遍关心的问题。国内外学者针对复合型裂纹的断裂机制进行了大量的研究, 建

立了相应的复合型断裂准则, 其中常用的有最大周向应力准则<sup>[1]</sup>、最大能量释放率准则<sup>[2]</sup>和最小应变能准则<sup>[3]</sup>。近年来, 又有学者相继提出了基于双剪统一强度理论裂纹断裂准则<sup>[4]</sup>、双参数复合应力准则<sup>[5]</sup>、最大拉应变断裂准则<sup>[6]</sup>、最小  $J_2$  准则<sup>[7]</sup>和径向平面最大应力准则<sup>[8]</sup>等。但这些准则大多是以裂纹张拉失稳扩展为前提建立起来的, 然而处在地质环境和工程环境中的岩石材料, 绝大多数情况下是处于多向受压的力学环境中的, 很少承受拉伸荷载。在压缩荷载下, 含有裂纹的岩石结构的断裂特性与

收稿日期: 2014-03-25

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)资助项目(No. 2011CB013505); 国家自然科学基金资助项目(No. 51279100)。

第一作者简介: 郑安兴, 男, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事岩土工程方面的研究。E-mail: zhenganxing@126.com

通讯作者: 罗先启, 男, 1965 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: luoxianqi@sjtu.edu.cn

其在拉伸荷载下的断裂特性,在许多基本方面是不相同的。能否用建立在裂纹张拉失稳基础上的断裂准则来分析岩石压剪裂纹的失稳扩展值得进一步探讨,因而,研究岩石在压缩荷载下的断裂特性就显得更加迫切和重要了。国内外已开展了有关岩石压剪断裂的初步研究,并取得了一定的成果,如李建林等<sup>[9]</sup>提出了基于霍克-布朗准则的断裂准则;李洪升等<sup>[10]</sup>提出了基于摩尔-库仑准则和最大拉应力准则的断裂判据;杨慧等<sup>[11]</sup>提出了双轴压缩下考虑摩擦效应的闭合裂纹失稳扩展的有效剪应力准则;周群力<sup>[12]</sup>对岩石单边裂纹试件压剪断裂试验分析后,提出了压剪断裂经验判据;Shen等<sup>[13]</sup>修正了最大能量释放率理论,引入了无因次能量释放率的概念,提出了F判据;Labourdette<sup>[14]</sup>提出了基于能量平衡的应力梯度判据;Huang等<sup>[15]</sup>提出了二次型形式的复合断裂判据等。到目前为止,对岩石压剪复合断裂判据的研究还不成熟,还没有一个统一的判定标准。

在压缩载荷作用下,岩石中的裂纹在扩展初期一般是闭合的,且在裂纹壁面间存在摩擦力。该摩擦力会阻碍裂纹壁面间的滑移,从而影响裂纹尖端的应力场,进而对裂纹的断裂角产生影响。因此,裂纹因闭合而产生的摩擦力是一个非常重要的且必需考虑的影响因素。此外,岩质边坡等岩体结构内部含有大量的裂纹,在压缩载荷作用下,裂纹与裂纹间存在着相互作用和相互影响,并在一定的条件下,裂纹扩展、分叉并相互连通,最终导致岩体结构的失稳破坏。因此,本文在最大周向应力理论中,考虑岩石闭合裂纹面间的摩擦力对裂尖应力强度因子的影响,分析裂纹面摩擦力对岩石断裂角的影响。在此基础上,依据岩石裂纹尖端双向受力时的破坏特征,结合最大周向应力准则与修正的Griffith强度理论,建立了考虑摩擦效应的闭合裂纹失稳扩展的岩石压剪断裂判据。

## 2 闭合裂纹的应力强度因子计算

岩石在压应力作用下会引起裂纹的闭合,裂纹面互相接触便会产生摩擦约束作用,该摩擦力会阻碍裂纹表面间的滑移,进而影响裂纹尖端的应力强度因子。对于闭合裂纹的应力强度因子计算问题,目前已有一些研究成果。如朱哲明<sup>[16]</sup>通过边界配置法研究了中心裂纹板在承受压缩荷载作用下的应力强度因子等。本文利用Muskhelishvili的复势理论和Riemann-Hilbert问题的解,并结合伪力法和叠加原理求解含中心斜裂纹的岩石类材料在压缩荷载作用

下的应力强度因子<sup>[17]</sup>。该方法考虑了摩擦力的作用,使求解结果更加精确。

考察无限岩板内的一条长度为 $2a$ 的裂纹,边缘受到均布双轴压力 $\sigma_1$ 和 $\sigma_3$ ,其中 $\sigma_3 = k\sigma_1$ , $k$ 为侧压力系数且满足 $0 \leq k \leq 1$ ,中心裂纹方向和 $\sigma_1$ 作用方向的夹角为 $\beta$ (称为裂纹角),如图1所示。

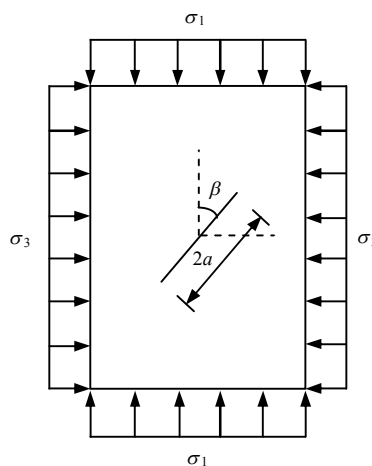


图1 受双轴压力的闭合裂纹

Fig.1 Closed crack under biaxial pressure

设 $\sigma_1 = \sigma$ ,则 $\sigma_3 = k\sigma_1 = k\sigma$ ,由伪力法<sup>[18]</sup>和叠加原理,同时考虑到裂纹面的摩擦作用,可得其远场应力在裂纹面上的作用力为

$$\left. \begin{aligned} P &= \sigma(\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta) \\ Q &= \sigma(1 - k) \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\tau = fP \quad (2)$$

$$\tau_{\text{ef}} = \begin{cases} Q - \tau & (|\tau| < |Q|) \\ 0 & (|\tau| > |Q|) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $P$ 为裂纹面上作用的法向伪力; $Q$ 为裂纹面上作用的切向伪力; $\tau$ 为裂纹上下表面的相互滑动或滑动趋势所产生的摩擦力; $f$ 为裂纹面上的摩擦系数; $\tau_{\text{ef}}$ 为有效剪应力。

利用Muskhelishvili复势理论和Riemann-Hilbert问题的解法,可得到裂纹表面受伪力作用时的基本解为<sup>[17]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \Phi(z) &= \frac{z[-P + i(Q - \tau)]}{2\sqrt{z^2 - a^2}} \\ \Omega(z) &= \frac{z[-P - i(Q - \tau)]}{2\sqrt{z^2 - a^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\Phi(z)$ 和 $\Omega(z)$ 为平面内的复势函数; $z$ 为自变

量;  $a$  为裂纹半长度。

应力强度因子可由下式计算:

$$K = K_I - iK_{II} = 2\sqrt{2\pi} \lim_{z \rightarrow \pm a} \left[ \sqrt{z \pm a} \Phi(z) \right] =$$

$$2\sqrt{2\pi} \lim_{z \rightarrow \pm a} \left[ \sqrt{z \pm a} \frac{z[-P + i(Q - \tau)]}{2\sqrt{z^2 - a^2}} \right] =$$

$$[-P + i(Q - \tau)]\sqrt{\pi a} \quad (5)$$

式中:  $K_I$ 、 $K_{II}$  分别为 I 型、II 型裂纹尖端的应力强度因子;  $z = \pm a$  是裂纹的右端点和左端点。

由式(5)可知, 裂纹尖端应力强度因子  $K_I$ 、 $K_{II}$  分别为

$$K_I = -P\sqrt{\pi a} \quad (6)$$

$$K_{II} = -(Q - \tau)\sqrt{\pi a} \quad (7)$$

由于在压缩荷载作用下不产生张开断裂, 式(6)中的应力强度因子  $K_I$  为负值, 其意义是引起裂纹的闭合。

将式(1)、(2)分别代入式(6)、(7), 可得受压闭合裂纹的应力强度因子表示式为

$$K_I = -\sigma(\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta)\sqrt{\pi a} \quad (8)$$

$$K_{II} = -\sigma\sqrt{\pi a} \left[ (1 - k)\sin \beta \cos \beta - f(\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta) \right] \quad (9)$$

从式(9)可以看出, 随着裂纹表面摩擦系数的增大, 裂纹面上的有效剪应力减小, 裂纹处尖端应力强度因子  $K_{II}$  降低。

### 3 岩石压剪裂纹断裂角

#### 3.1 裂纹尖端应力场

对如图 2 所示的平面复合型裂纹, 线弹性断裂力学给出其裂纹前缘极坐标中的应力分量<sup>[19]</sup>表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cdot \\ &\left[ K_I(3 - \cos \theta) \cos \frac{\theta}{2} + K_{II}(3 \cos \theta - 1) \sin \frac{\theta}{2} \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I(1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta \right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \sin \theta + K_{II}(3 \cos \theta - 1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:  $\theta$ 、 $r$  分别为裂纹某点与极轴的夹角和距离;  $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_r$ 、 $\tau_{r\theta}$  分别为周向应力、径向应力和剪切应力。

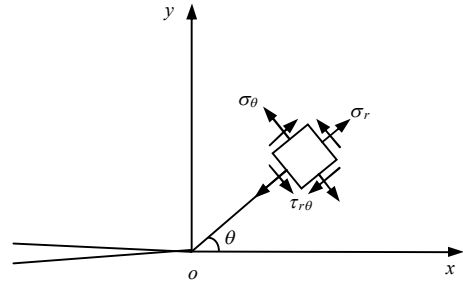


图 2 裂纹尖端应力的极坐标分量

Fig.2 Stress components on crack tip in polar coordinates

#### 3.2 断裂角计算

由于最大周向应力准则能够较好地预测岩石复合开裂时的开裂角度<sup>[20]</sup>, 因此, 本文仍假定岩石复合裂纹开裂的方向是周向应力  $\sigma_\theta$  达到最大值的方向。

根据最大周向应力准则<sup>[1]</sup>, 断裂角  $\theta$  决定于以下方程:

$$K_I \sin \theta + K_{II}(3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (11)$$

将式(8)、(9)代入式(11)可求出断裂角满足下式:

$$\frac{1 - 3 \cos \theta_0}{\sin \theta_0} = \frac{\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta}{(1 - k) \sin \beta \cos \beta - f(\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta)} \quad (12)$$

由式(12)可以看出, 岩石压剪裂纹的断裂角  $\theta_0$  受斜裂纹与受力方向的夹角  $\beta$ 、裂纹壁面间的摩擦系数  $f$  与侧压力系数  $k$  的影响。

图 3 为单向压缩时 (此时  $k = 0$ ), 考虑不同裂纹角  $\beta$  与裂纹壁面间的摩擦系数  $f$  下的裂纹断裂角  $\theta_0$  变化规律图。

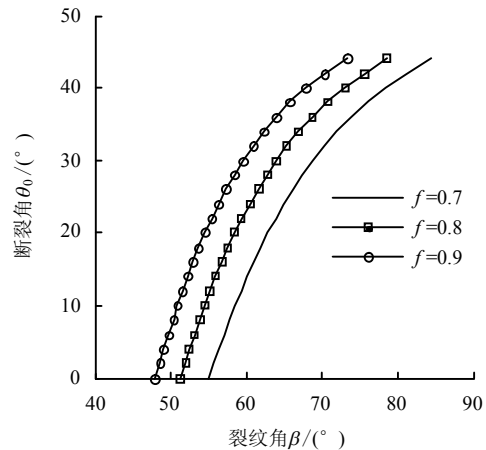


图 3 单轴压缩作用下闭合裂纹扩展规律

Fig.3 Extension regularity of closed crack under uniaxial compression

从图 3 可以看出, 闭合裂纹在单轴压缩作用下, 对同一裂纹角  $\beta$ , 当裂纹壁面间的摩擦系数  $f$  增大时, 则所对应的断裂角  $\theta_0$  也随之增大, 但它们的共同特点是裂纹扩展方向角  $\theta_0$  趋向于裂纹角  $\beta$ , 这与 Hoek 和 Bieniawski 的试验结论<sup>[21]</sup>相吻合。

#### 4 岩石压剪断裂判据

对于 I-II 复合型断裂问题, 裂纹尖端的岩体实际上是处于双向受力状态。而在最大周向应力准则中, 是假定当  $\sigma_{\theta_{\max}}$  达到某临界值  $\sigma_{\theta_c}$  时裂纹即失稳扩展, 忽略了径向应力  $\sigma_r$  的影响。实际上, 径向应力的存在必将在一定程度上影响裂纹的扩展。因此, 在研究岩石压剪断裂问题时, 应当考虑到岩石双向受力的断裂特征, 将  $\sigma_r$  的影响包括进去。

裂纹失稳扩展的条件与其双向受力时的强度密切相关。目前国内外提出了许多岩石双向受力的强度准则, 包括 Mohr-Coulomb 强度准则、Tresca 屈服准则、Mises 屈服准则、Drucker-Prager 准则、双剪统一强度理论、Griffith 强度理论等。上述前 5 种强度准则是以不存在裂纹及应力集中为前提得出, 而 Griffith 强度理论是基于断裂力学的岩石强度理论, 它以岩石内存在有微裂纹为前提而建立的。同时 Griffith 强度理论又有其局限, 即 Griffith 强度理论是以裂纹张开且相互不影响为研究的基本假设, 但在实际过程中, 在压应力作用下, 裂缝趋于闭合, 且在闭合的裂纹面上产生摩擦力。因此, McClintock 等<sup>[22]</sup>对 Griffith 准则进行了修正, 考虑了裂纹闭合时的摩擦效应, 提出了修正的 Griffith 强度理论。本文的岩石压剪断裂判据正是在修正的 Griffith 强度准则基础上, 与最大周向应力准则结合得到。

修正的 Griffith 强度准则的表达式如下:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{\sqrt{f^2 + 1} + f}{\sqrt{f^2 + 1} - f} + \sigma_c \quad (13)$$

式中:  $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  分别为最大、最小主应力;  $\sigma_c$  为岩石的单轴抗压强度。

由最大周向应力理论可知, 断裂角  $\theta_0$  决定于方程:  $K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0$ , 将该式代入式 (10) 中的第 3 式可知, 在  $\sigma_{\theta}$  最大的平面上  $\tau_{r\theta} = 0$ , 即该平面为主平面。此时可求得  $r = r_0$  圆周上的主应力为<sup>[23]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = (\sigma_{\theta})_{\max} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r_0}} \cos \frac{\theta_0}{2} \cdot \\ &\quad [K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0] \\ \sigma_3 = (\sigma_r)_{\min} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r_0}} \cdot \\ &\quad [K_I (3 - \cos \theta_0) \cos \frac{\theta_0}{2} + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) \sin \frac{\theta_0}{2}] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对于纯 II 型断裂, 即当  $K_I = 0$ ,  $K_{II} = K_{IIc}$ , 根据最大周向应力理论可求得纯 II 型裂纹的断裂角  $\theta_0 = -70.53^\circ$ , 代入式 (14) 可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = (\sigma_{\theta})_{\max} &= \frac{\sqrt{6}K_{IIc}}{3\sqrt{\pi r_0}} \\ \sigma_3 = (\sigma_r)_{\min} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

因此, 可由最大周向应力准则求得等效强度<sup>[5]</sup>为

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{6}K_{IIc}}{3\sqrt{\pi r_0}} \quad (16)$$

将式 (14)、(16) 代入式 (13), 可得岩石压剪状态下 I、II 型复合裂纹断裂判据为

$$\begin{aligned} &\cos \frac{\theta_0}{2} [K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0] - \\ &\frac{\sqrt{f^2 + 1} + f}{\sqrt{f^2 + 1} - f} \left[ K_I (3 - \cos \theta_0) \cos \frac{\theta_0}{2} + \right. \\ &\quad \left. K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) \sin \frac{\theta_0}{2} \right] = \frac{4\sqrt{3}}{3} K_{IIc} \end{aligned} \quad (17)$$

对于式 (17), 令

$$\begin{aligned} f_1(K_I, K_{II}, \theta_0) &= \cos \frac{\theta_0}{2} \cdot \\ &\quad [K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0] \\ f_3(K_I, K_{II}, \theta_0) &= \left[ K_I (3 - \cos \theta_0) \cos \frac{\theta_0}{2} + \right. \\ &\quad \left. K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) \sin \frac{\theta_0}{2} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

则式 (17) 岩石压剪裂纹断裂判据可以简化为

$$\begin{aligned} &f_1(K_I, K_{II}, \theta_0) - \\ &\frac{\sqrt{f^2 + 1} + f}{\sqrt{f^2 + 1} - f} f_3(K_I, K_{II}, \theta_0) = \frac{4\sqrt{3}}{3} K_{IIc} \end{aligned} \quad (19)$$

#### 5 断裂分析

对于纯 I 型断裂, 即当  $K_{II} = 0$ ,  $\theta_0 = 0^\circ$ ,

$K_I = -K_{IIc}$ ，代入式 (17) 可得

$$K_{IIc} = \frac{\sqrt{3}f}{\sqrt{f^2 + 1} - f} K_{Ic} \quad (20)$$

为了验证推导所得上式的准确性，这里采用式 (20) 对文献[24]得出的试验数据进行比较分析，如表 1 所示。假设裂纹面的摩擦角  $\varphi$  等于岩石材料的内摩擦角  $\varphi_0$ ，其中裂纹面上的摩擦系数  $f = \tan \varphi$ 。

表 1 不同条件下的  $K_{IIc}/K_{Ic}$  值

Table 1 Values of  $K_{IIc}/K_{Ic}$  under different conditions

| 岩石类型  | 内摩擦角 $\varphi_0 / (^\circ)$ | $K_{IIc}/K_{Ic}$ 试验值 | $K_{IIc}/K_{Ic}$ 理论值 |
|-------|-----------------------------|----------------------|----------------------|
| 大理岩 A | 41                          | 2.96~3.28            | 3.30                 |
| 大理岩 B | 37                          | 2.72~2.81            | 2.62                 |
| 砂岩    | 39                          | 2.73~3.15            | 2.94                 |

从表 1 可知，本文理论计算所得的  $K_{IIc}/K_{Ic}$  值与文献[24]试验所得的  $K_{IIc}/K_{Ic}$  值比较接近。

同时式 (20) 表明， $K_{IIc}/K_{Ic}$  的大小与岩石裂纹面摩擦系数  $f$  的取值大小有关（由最大周向应力理论计算所得的起裂角  $\theta_0$  认为是某个定值时），而与岩石的其他力学参数都没有关系。对于大多数岩石，节理表面的摩擦系数  $f$  的取值范围大概在 0.5~0.9 之间，且对于任意一种岩石，不同节理面上的摩擦系数区别很小<sup>[25]</sup>。图 4 为岩石裂纹面摩擦系数  $f$  与  $K_{IIc}/K_{Ic}$  之间的关系图，图 4 表明， $K_{IIc}/K_{Ic}$  随着岩石裂纹面摩擦系数  $f$  的增加而呈非线性增大。

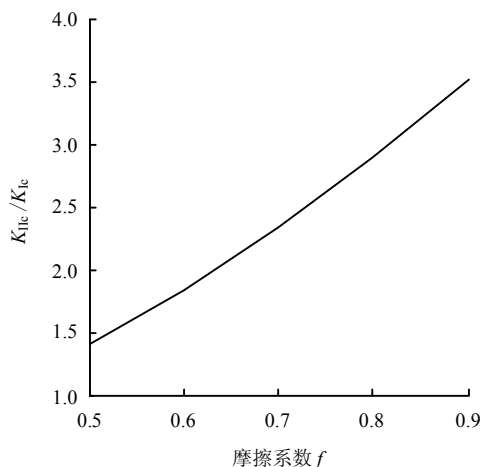


图 4 摩擦系数  $f$  与  $K_{IIc}/K_{Ic}$  之间的关系曲线  
Fig.4 Relationship between friction coefficient  $f$  and  $K_{IIc}/K_{Ic}$

图 5 为一无限大石膏板，其边缘受单轴压应力的作用，中心斜裂纹的长度  $2a = 30 \text{ mm}$ ，裂纹角  $\beta = 30^\circ$ ，裂纹面上的摩擦系数  $f = 0.32$ 。根据文献[26]的试验资料，石膏材料的相关物理参数为：弹

性模量  $E = 0.68 \text{ GPa}$ ，泊松比  $\nu = 0.31$ ，I 型断裂的断裂韧度  $K_{Ic} = 0.038 \text{ MN/m}^{3/2}$ ，II 型断裂的断裂韧度  $K_{IIc} = 0.104 \text{ MN/m}^{3/2}$ 。

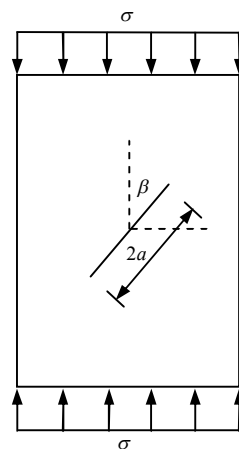


图 5 无限大石膏板  
Fig.5 Infinite gypsum board

根据式 (12)、(17)，代入岩石的力学参数就可以得到岩石的压剪断裂判据为

$$-1.174 4K_I + 1.197 3K_{II} = K_{IIc} \quad (21)$$

文献[12]通过岩石现场试件单边疲劳闭合裂纹的压剪断裂试验，提出了如下的压剪判据：

$$\lambda K_I + |K_{II}| = \bar{K}_{IIc} \quad (22)$$

式中： $\lambda$  为取决于岩体材料压剪特性的压剪参数，一般由试验测定； $\bar{K}_{IIc}$  为岩体压缩状态下 II 型断裂韧度。该判据来源于试验回归分析，在一定意义上综合反映了岩体的压剪特性。

对比式 (21)、(22) 可以看出，本文得到的岩石压剪断裂判据与文献[12]提出的经验判据具有相同的形式。

图 6 为石膏  $K_I - K_{II}$  关系曲线，由图可知， $K_{II}$  随着  $K_I$  的增加而呈线性增大。上述结论与文献[27]

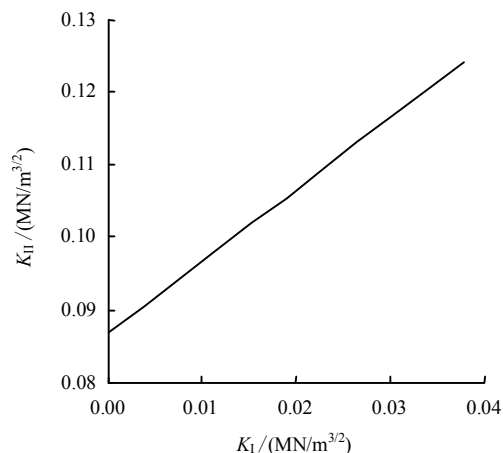


图 6  $K_I - K_{II}$  关系曲线  
Fig.6 Relationship between  $K_I$  and  $K_{II}$

试验所得到的结果相一致。从图6可以看出, 随着 $K_I$ 的增大, 引起岩石破坏所需 $K_{II}$ 也增加, 这说明岩石在压剪应力作用下其压应力场对岩石的剪切断裂有明显的遏制作用。

## 6 结 论

(1) 压缩作用下岩石闭合裂纹上下表面存在摩擦力, 在计算裂纹尖端应力强度因子时, 必须考虑摩擦力对裂尖应力场影响。且随着裂纹表面摩擦系数的增大, 闭合裂纹处尖端应力强度因子 $K_{II}$ 降低, 从工程安全的角度来说, 这是有利的。

(2) 对考虑单轴压缩作用的I、II型复合裂纹扩展进行了研究, 结果表明, 压剪裂纹断裂角 $\theta_0$ 的变化与裂纹角 $\beta$ 、裂纹表面摩擦系数 $f$ 有关。对同一裂纹角 $\beta$ , 断裂角 $\theta_0$ 会随着裂纹表面摩擦系数 $f$ 的增大而增大, 但它们的共同特点是裂纹扩展方向角 $\theta_0$ 趋向于裂纹角 $\beta$ 。

(3) 本文建立的基于修正Griffith强度理论的岩石压剪断裂判据, 考虑到岩石裂纹尖端双向受力时的破坏特征, 公式推导简单, 工程应用方便。

(4) 通过分析, 表明 $K_{IIc}/K_{Ic}$ 只与岩石裂纹表面摩擦系数 $f$ 的取值大小有关(由最大周向应力理论计算所得的断裂角 $\theta_0$ 认为是某个定值时), 而与岩石的其他力学参数无关, 且 $K_{IIc}/K_{Ic}$ 会随着岩石裂纹表面摩擦系数 $f$ 的增加而呈非线性增大。

## 参 考 文 献

- [1] ERDOGAN F, SIN G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. **Journal of Basic Engineering**, 1963, 85: 519—527.
- [2] PALANISWAMY K, KNAUSS E G. Propagation of a crack general in-plane tension[J]. **International Journal of Fracture Mechanics**, 1972, 8(1): 114—117.
- [3] SIH G C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 1973, 5(2): 365—377.
- [4] 赵均海, 魏雪英. 双剪统一强度理论下复合裂纹的研究[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2005, 25(3): 58—61.  
ZHAO Jun-hai, WEI Xue-ying. Investigation of mixed mode crack based on twin shear unified strength theory[J]. **Journal of Chang'an University (Natural Science Edition)**, 2005, 25(3): 58—61.
- [5] 许斌, 江见鲸. 混凝土I-II复合型断裂判据研究[J]. 工程力学, 1995, 12(2): 13—21.
- [6] 邓宗才, 卢云斌, 李宗利, 等. 混凝土复合型裂缝最大拉应变断裂准则[J]. 西北农业大学学报, 1999, 27(1): 43—46.  
DENG Zong-cai, LU Yun-bin, LI Zong-li, et al. The maximum circumferential strain fracture criterion for mixed mode of concrete[J]. **Journal of Northwest Agricultural University**, 1999, 27(1): 43—46.
- [7] 赵艳华, 徐世烺. I-II复合型裂纹脆性断裂的最小 $J_2$ 准则[J]. 工程力学, 2002, 19(4): 94—98.  
ZHAO Yan-hua, XU Shi-lang. The minimum  $J_2$  criterion for I-II mixed mode brittle fracture[J]. **Engineering Mechanics**, 2002, 19(4): 94—98.
- [8] 杨新辉, 栾茂田, 杨庆, 等. 简化脆性断裂裂尖模型及复合型断裂判据[J]. 大连理工大学学报, 2005, 45(5): 712—716.  
YANG Xin-hui, LUAN Mao-tian, YANG Qing, et al. A simplified crack tip brittle fracture model and fracture criterion for mixed mode of loading[J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2005, 45(5): 712—716.
- [9] 李建林, 孙志宏. 节理岩体压剪断裂及其强度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 444—448.  
LI Jian-lin, SUN Zhi-hong. Study on crack and strength of joint rock under compression-shear stress[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2000, 19(4): 444—448.
- [10] 李洪升, 刘增利, 张小鹏. 冻土破坏过程的微裂纹损伤区的计算分析[J]. 计算力学学报, 2004, 21(6): 696—700.  
LI Hong-sheng, LIU Zeng-li, ZHANG Xiao-peng. Calculation of micro-crack damage zone for frozen soil[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2004, 21(6): 696—700.
- [11] 杨慧, 曹平, 江学良, 等. 闭合裂纹断裂的有效剪应力准则[J]. 岩土力学, 2008, 29(增刊1): 470—474.  
YANG Hui, GAO Ping, JIANG Xue-liang, et al. Effective shear stress criterion for closed-crack fracture[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(Supp.1): 470—474.
- [12] 周群力. 岩石压剪断裂判据及其应用[J]. 岩土工程学

- 报, 1987, 9(3): 33—37.
- ZHOU Qun-li. Compression shear fracture criterion of rock and its application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1987, 9(3): 33—37.
- [13] SHEN B, STEPHANSSON O. Modification of the G-criterion for crack propagation subjected to compression[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 1994, 47(2): 177—189.
- [14] LABOURDETTE R, PELLAS J. A new approach to the three-dimensional crack growth problem[J]. **International Journal of Fracture**, 1978, 14(3): 121—124.
- [15] HUANG J, WANG S. An experimental investigation concerning the comprehensive fracture toughness of some brittle rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1985, 22(2): 99—104.
- [16] ZHU Z M, WANG L G, MOHANTY B. Stress intensity factor for a cracked specimen under compression[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 73 (4): 482—489.
- [17] 师俊平, 解敏, 王静. 无限大平面中斜裂纹的压剪断裂分析[J]. **工程力学**, 2006, 23(12): 59—63.
- SHI Jun-ping, XIE Min, WANG Jing. Compression and shear fracture analysis of slanting crack in infinite planes[J]. **Engineering Mechanics**, 2006, 23(12): 59—63.
- [18] WANG B L, MAI Y W. Fracture of a piezoelectric material layer bonded by two elastic layers[J]. **International Journal of Engineering Science**, 2002, 40(15): 1697—1727.
- [19] LAWN B R, WILSHAW T R. Fracture of brittle solids[M]. London: Cambridge University Press, 1975.
- [20] 李世愚, 和泰名, 尹祥础. 岩石断裂力学导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010.
- [21] HOEK E, BIENIAWSKI Z T. Brittle fracture propagation in rock under compression[J]. **International Journal of Fracture**, 1965, 3(1): 137—155.
- [22] MCCLINTOCK F A, WALSH J B. Friction on Griffith cracks in rocks under pressure[C]//Proceedings of the Fourth US National Congress on Applied Mechanics. New York: [s. n.], 1961: 1015—1021.
- [23] 潘别桐, 唐辉明. 岩石压剪断裂特性及 I-II 型复合断裂判据[J]. **中国地质大学学报——地球科学**, 1988, 13(4): 413—421.
- PAN Bie-tong, TANG Hui-ming. The characteristics of the compression-shear fracture in rocks and the I-II composite fracture criterion[J]. **Earth Science—Journal of China University of Geosciences**, 1988, 13(4): 413—421.
- [24] 孙宗顺, 饶秋华, 王桂尧. 剪切断裂韧度 ( $K_{IIc}$ ) 确定的研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2002, 21(2): 199—203.
- SUN Zong-qi, RAO Qiu-hua, WANG Gui-yao. Study on determination of shear fracture toughness ( $K_{IIc}$ )[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(2): 199—203.
- [25] JAEGER J C. The frictional properties of joints in rock[J]. **Pure and Applied Geophysics**, 1959, 43(1): 148—158.
- [26] 郭少华, 周绍青, 邹春伟. 压缩荷载条件下岩石类材料的断裂模式研究[J]. **实验力学**, 2008, 23(2): 149—156.
- GUO Shao-hua, ZHOU Shao-qing, ZOU Chun-wei. Research on fracture mode of rock-type materials under compressive loading[J]. **Journal of Experimental Mechanics**, 2008, 23(2): 149—156.
- [27] SIH G C. Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems[J]. **International Journal of Fracture**, 1974, 10(3): 305—321.